Solution 9 :

1°/ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-6\\-7\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\-5\\-2\end{pmatrix}$

$X_0 = \begin{vmatrix}-6 & -5\\-7 & -2\end{vmatrix} = 12 - 35 = -23$

$Y_0 = -\begin{vmatrix}-1 & -3\\-7 & -2\end{vmatrix} = -(2 - 21) = 19$

$Z_0 = \begin{vmatrix}-1 & -3\\-6 & -5\end{vmatrix} = 5 - 18 = -13$

D'où $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-23\\19\\-13\end{pmatrix}$

$\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\| = \sqrt{(-23)^2 + 19^2 + (-13)^2}$

$= \sqrt{1059}$

L'aire du triangle ABC est $A = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{1059}$.

2°/ a) *M∈ (E) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}) = \vec{O}$

Soit G le barycentre des points (A ,1) ; (B , 2) ; (C,3)

On a : $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}$

M∈ (E) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge (6\overrightarrow{MG}) = \vec{O} \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{MG} = \vec{O} \Leftrightarrow$